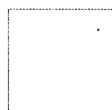
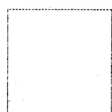
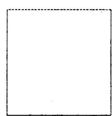
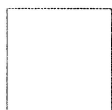
De Vakidioot

1993/1994–I

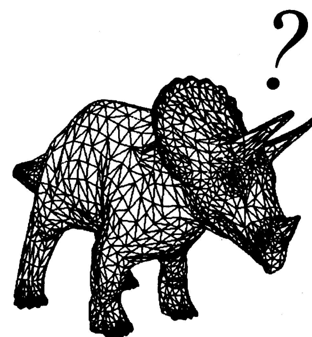
 *Fermat*

 *Engelandreis*

 *Jurassic Park*

 *Wetenschapswinkel*

$$A^n + B^n = C^n$$



Blad voor de faculteiten
natuur- sterrenkunde
wiskunde en informatica
en geofysica
aan de RUU

Redactie-adres
de Vakidioot,
Transitorium I
Leuvenlaan 21
Postbus 80170
3508 TD Utrecht
E-mail: vakid@cs.ruu.nl
Fax: 030-513791

COLOFON

Redactie:

Louis van Dompselaar	(thuis 030-438687)
Frank Evers	(thuis 030-962004)
Henk van Lingen	(thuis 030-510315)
Lenneke Sloof	(thuis 03405-64066)

Met medewerking van:
Raymond Elferink.

Oplage: 750 stuks
Datum uitgave: oktober 1993
TEX-verwerker: Vakgroep Informatica
Druk: Repro Natuur- en Sterrenkunde, RUU
Uiterste inleverdatum volgende
nummer: 1 december 1993
Indien mogelijk, kopij via
E-mail: vakid@cs.ruu.nl

INHOUD

Redactioneel

Na vele lange nachten vergaderen, vele uren artikelen selecteren uit stapels en stapels copy, vele liters koffie en gevechten tegen de deadline, de oude HP's, een nieuwe LaTeX installatie die de oude files niet meer slikte, een defekte laserprinter en vele, vele andere ontberingen is hier dan eindelijk toch de eerste Vakidioot van het nieuwe seizoen.

Voor de trouwe lezers van dit periodiek eerst een mededeling over wijzigingen in de redactie. Na vele jaren van trouwe dienst hebben Roeland van Oss en Willem Siemelink de redactie van de Vakidioot verruild voor de echte wereld. Namens de huidige redactie heel veel dank. Of de Vakidioot ook zonder jullie gemaakt kan worden zal de toekomst moeten leren. Om de toen toch wel erg klein geworden redactie te versterken proberen Lenneke en ondergetekende nu ons steentje bij te dragen.

En wat biedt dit eerste nummer ons? Eindelijk is de reputatie van ons aller Pierre de Fermat (1601-1665) gered met het vinden van het bewijs van zijn laatste stelling, een gedachtenkronkel die hij kreeg tijdens het lezen van de *Arithmetica* van Diophantus. Met het oog op de komende Fermat-dag een lang artikel over deze stelling. En wie heeft Jurassic Park nog niet gezien? Of wil je hem wel helemaal niet zien? Een stukje over de gebruikte principes en het resultaat helpen misschien bij de beslissing.

Verder gaat een echte deelverzameling van A-Es^2 naar Engeland en kun jij daar een element van zijn, en trilde het in Bilthoven.

Uit de opening van de archieven van de voormalige sovjet-unie is gebleken dat we dit jaar 25 jaar bestaan. Menig wonderbaarlijk exemplaar der Vakidioten zag opnieuw het daglicht. Tijd om terug te blikken? Misschien. Voorlopig hebben alle lezers het toch te druk met het lezen over Fermat...

Namens de redactie,
Louis

P.S. Tijdens het maken van deze Vakidioot is een fout gevonden in het bewijs van de laatste stelling van Fermat. Helaas, helaas. Laat echter het artikel de lezer inspireren tot een correct bewijs...

Redactieleden

Heb jij die magische roeping om te schrijven over dingen die met je studie te maken hebben? Heb jij het inzicht om een mooie omlijsting te creëren bij vage interviews met nog vagere docenten? Wil jij de wereld verkondigen over belangrijke activiteiten die gaan komen? Je raad het al, de Vakidioot kan altijd nieuwe redactieleden gebruiken. Dus meldt je aan! Bij één der huidige redactieleden, via E-Mail, via A-Eskwadraatleden waarvan je vermoedt dat ze ons wel eens spreken of door middel van jouw telepatische gaven.

En er zijn nog studierichtingen niet vertegenwoordigd in de redactie! Dus met name de sterrenkundigen en geofysici onder ons moeten zich aangesproken voelen.

De redactie

De laatste *Stelling* van Fermat

Inleiding

Onlangs werd door de Britse wiskundige Wiles de laatste hand gelegd aan een bewijs voor een speciaal geval van het vermoeden van Taniyama-Weil over elliptische krommen. Dit resultaat staat niet op zichzelf, want reeds in 1987 werd door Ribet bewezen dat dit vermoeden het vermoeden van Fermat impliceert. En passent heeft Wiles dus ook de stelling van Fermat bewezen. Men heeft honderden jaren naar een bewijs voor deze opmerkelijke stelling gezocht. Het is al een aantal keer voorgekomen dat mensen beweerden dat ze de laatste stelling van Fermat bewezen hadden. Toch heeft men steeds weer fouten gevonden in deze "bewijzen".

Veel wiskundigen en ook andere belangstellenden zijn zeer enthousiast over het feit dat het na zo een lange tijd toch gelukt is om de laatste stelling van Fermat te bewijzen. In Utrecht wordt op 6 november zelfs een hele dag aan deze stelling gewijd. Iedereen die het leuk vindt is welkom, er zijn twee verschillende stromingen die dag, de "algemene"(voorkennis 5vwo) en de "gevorderde"(wiskundigen) variant.

Het vermoeden van Fermat laat zich zo eenvoudig formuleren, dat iedereen het kan begrijpen. Het is zeker niet het laatste resultaat van Fermat, maar het laatste vermoeden waar men nog geen bewijs voor gevonden had, daarom wordt dit vermoeden ook wel *Fermats Last Theorem* genoemd of kortweg FLT. Men vermoedde reeds lang dat het vermoeden waar kon zijn, temeer ook omdat men voordat het algemene bewijs gevonden was, kon bewijzen dat het vermoeden voor alle getallen $n \leq 125000$ waar was en voor een heleboel nog veel grotere getallen kon men het ook bewijzen. Hoewel Fermat een geweldig inzicht had in de getallentheorie, ging men er niet vanuit dat "hij toch wel gelijk zou hebben", ook al beweerde hij dat hij een wonderbaarlijk bewijs voor zijn stelling had. Er was namelijk ook een vermoeden van Fermat dat later onjuist bleek te zijn. Het vermoeden dat voor alle $n \in \mathbf{N}$ zou gelden dat $2^{2^n} + 1$ een priemgetal was, voor bv. $n = 5$ is dit niet waar. Overigens heeft Fermat nooit beweerd dat hij voor dit vermoeden een bewijs had.

In de wiskunde komt het nogal eens voor dat het ene vermoeden het andere vermoeden oproept. Zo ook in het geval van FLT. Er zijn in de loop der jaren een aantal vermoedens ontstaan, die de het vermoeden van Fermat impliceren. In dit artikel wordt aan één geval aandacht besteed.

Fermats laatste stelling

De stelling die Fermat zelf in het latijn neerkrabbelde in de kantlijn van een boek, wordt met de huidige notatie als volgt geformuleerd:

Stelling 1 (Fermats Last Theorem):
Zij $a, b, c \in \mathbf{Z}$, en $n \in \mathbf{Z}_{\geq 3}$ dan:

$$a^n + b^n = c^n \quad \Rightarrow \quad abc = 0.$$

Op het eerste gezicht lijkt dit probleem alleen te maken te hebben met getallentheorie. Dit is allerminst het geval, want het blijkt dat Fermats Last Theorem ook verbanden heeft met algebra, meetkunde en analyse.

Zonder aan algemeenheid te verliezen kan men aannemen dat $a, b, c \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$, omdat bij iedere vergelijking met a, b en/of c negatief precies één vergelijking met drie positieve integers hoort. Dit is snel na te gaan:
Zij $|a| < |b|$ en n oneven

$$|a|^n - |b|^n = -|c|^n \quad \Rightarrow \quad |a|^n + |c|^n = |b|^n$$
$$-|a|^n - |b|^n = -|c|^n \quad \Rightarrow \quad |a|^n + |b|^n = |c|^n$$

Ga zelf na dat hiermee alle gevallen behandeld zijn. In het bijzonder zijn we ook geïnteresseerd in de oplossingen waarvoor geldt dat a, b en c paarsgewijs relatief priem zijn, alle andere oplossingen kunnen uit deze gevallen verkregen worden door ieder van de drie getallen met dezelfde factor te vermenigvuldigen.

In het geval van $n = 2$ worden de oplossingen met a, b en c paarsgewijs relatief priem *primitieve pythagoreïsche drietallen* genoemd, dit omdat er dan een rechthoekige driehoek bestaat met zijden a, b en c en zoals bijna iedereen wel weet is met de stelling van pythagoras de lengte van de derde zijde te berekenen als er twee bekend zijn. Met behulp van de vergelijking $a^2 + b^2 = c^2$, waar c de schuine zijde is. Voor zo'n primitief phytagoreïsch drietal geldt dat twee van de drie getallen oneven zijn. Alle drie oneven komt niet voor, want oneven+oneven=oneven levert dan een tegenspraak en twee even getallen levert een drietal dat niet paarsgewijs relatief priem is.

In het geval dat $n = 1$ of $n = 2$ zijn er oneindig veel oplossingen. Voor het geval $n = 2$ is dat nog niet eens zo vanzelfsprekend, maar er is een recept om al de combinaties te vinden. Om dat recept te vinden bekijken we de vergelijking

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Dit is de vergelijking voor de cirkel in het platte vlak met straal 1. Ieder rationaal punt $(x, y) = (\frac{v}{w}, \frac{r}{s})$ dat aan deze vergelijking voldoet levert een drietal integers op die aan de vergelijking $a^2 + b^2 = c^2$ voldoen.

$$(\frac{v}{w})^2 + (\frac{r}{s})^2 = 1 \quad \Rightarrow (vs)^2 + (wr)^2 = (ws)^2$$

Nu rest de vraag hoe je al deze rationale punten kunt vinden. Door de cirkel te snijden met een lijn, gegeven door een vergelijking met rationale coëfficienten kunnen we alle rationale punten vinden. We nemen (niet geheel willekeurig) de lijnen die door het punt $(0, -1)$ gaan en een rationale richtingscoëfficient hebben. Deze lijnen hebben de eigenschap dat het tweede snijpunt met de cirkel rationaal is. De vergelijking voor zo'n lijn is van de vorm $y = \frac{v}{w}x - 1$, met $v, w \in \mathbf{Z}$. Het tweede snijpunt van deze lijn met de cirkel wordt gevonden door

de vergelijking van de lijn in die voor de cirkel te substitueren. Als we $\frac{v}{w}$ door $\mathbf{Q}$ laten lopen, verkrijgen we alle rationale punten op de cirkel, behalve het punt $(0,1)$.

Op deze manier vind je dat de rationale punten op de cirkel van de volgende vorm zijn: $x = \frac{2vw}{v^2+w^2}$ en $y = \frac{v^2-w^2}{v^2+w^2}$. Dit resultaat substitueren in de vergelijking $a^2+b^2=c^2$ en de breuk wegvermenigvuldigen levert de volgende vergelijking op voor alle drietallen integers die aan deze vergelijking voldoen:

$$(v^2-w^2)^2+(2vw)^2=(v^2+w^2)^2.$$

In deze vergelijking mogen v en w vrij gekozen worden. Als $\text{ggd}(v,w)=1$ en precies één van de twee is oneven, dan krijg je een primitief pythagoreïsch drietal.

Dit levert oneindig veel *verschillende* oplossingen, zoals gewenst. Uiteindelijk hebben we gevonden dat ieder rationaal punt op de cirkel een primitief pythagoreïsch drietal levert en dat ieder pythagoreïsch drietal een rationaal punt op de cirkel oplevert. Dit resultaat laat zich formuleren als de volgende stelling:

Stelling 2:
De oplossingen van $a^2+b^2=c^2$ met a, b en c paarsgewijs relatief priem worden gegeven door:

$$\begin{aligned} \pm a &= v^2-w^2 \\ \pm b &= 2vw \\ \pm c &= v^2+w^2 \end{aligned}$$

(of met a en b verwisseld) en v en w zijn relatief priem en precies één van de twee is oneven.

De vraag of er voor $n>2$ ook zo'n stelling bestaat, ligt natuurlijk erg voor de hand. Het antwoord niet. De truc met $n=2$ was, dat er een oneindig veel rationale punten op de kromme $x^2+y^2=1$ liggen, waar nog een formule voor bestaat om ze te vinden ook n.l. $(x,y) = (\frac{2vw}{v^2+w^2}, \frac{v^2-w^2}{v^2+w^2})$.

Gaat dat ook op voor $n>2$? Voor $n>3$ wordt het antwoord gegeven door een vermoeden van Mordell dat in 1983 door Faltings is bewezen.

Stelling 3:(Faltings,1983)
Zij $n>3$, dan is
$\#\{a,b,c\in\mathbf{Z} \mid ggd(a,b)=1, \quad a^n+b^n=c^n\}<\infty$

Deze stelling komt oorspronkelijk niet uit de getallentheorie, maar uit een ander gebied van de wiskunde, namelijk de theorie over algebraïsche krommen. Merk ook op dat deze stelling niets zegt over FLT, in het geval dat $n=3$.

Algebraïsche krommen

Zoals hierboven gebleken is, geven rationale oplossingen voor de vergelijking $x^n+y^n=1$ oplossingen in gehele getallen voor de vergelijking $a^n+b^n=c^n$. De krommen in het platte vlak die gegeven worden door de nulpuntsverzameling van een veelterm $f(x,y)$ in twee variabelen, worden algebraïsche krommen genoemd. Voor algebraïsche krommen is een getal gedefinieerd dat het *geslacht* van de kromme genoemd wordt. Dat getal is als volgt gedefinieerd: $g=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)-m$ waarbij n de graad van de kromme is en m het aantal dubbele punten als enige singuliere punten. Dit getal kan ook gedefinieerd worden met behulp van de topologie van

$$\{(x,y)\in\mathbf{C}\times\mathbf{C} \mid x^n+y^n=1\}.$$

Als een sfeer in $\mathbf{C}\times\mathbf{C}$ met g hengsels "topologisch hetzelde" is als het oppervlak $f(x,y)=0$ in $\mathbf{C}\times\mathbf{C}$, dan is het geslacht van de kromme $f(x,y)=0$ in $\mathbf{R}^2$ gelijk aan g. In het geval van de Fermat kromme $x^n+y^n=1$ is de graad n en zijn er geen singulier punten daarmee is het geslacht $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$. Faltings heeft bewezen dat op een algebraïsche kromme in het vlak van geslacht >1 slechts eindig veel rationale punten liggen. Over algebraïsche krommen kan het volgende gezegd worden:

- als het geslacht van een algebraïsche kromme nul is en er ligt één rationaal punt op de kromme, dan liggen er oneindig veel rationale punten op de kromme, vergelijk dit met (FLT 1,2)
- als het geslacht van een algebraïsche kromme één is, dan is er niets algemeens te zeggen, d.w.z. er bestaan algebraïsche krommen van geslacht 1 met eindig veel rationale punten, en er bestaan algebraïsche krommen van geslacht 1 met oneindig veel rationale punten. In het geval van de Fermat kromme $x^3+y^3=1$ zijn het er eindig veel (welke zijn dat?).
- als een algebraïsche kromme geslacht groter dan één heeft, dan liggen er eindig veel rationale punten op. Dit is de stelling van Faltings. Vergelijk dit met (FLT> 4).

In het geval van FLT hebben we gezien dat voor $n>3$ het geslacht van de Fermat kromme groter dan één is. Dat wil zeggen dat er hoogstens eindig veel verschillende oplossingen zijn voor ieder geval $n>3$ afzonderlijk. Nu we weten dat FLT waar is, kunnen we ook precies zien welke dat zijn. Het zijn immers de triviale oplossingen die aan de vergelijking voldoen, maar waarvan het product gelijk aan nul is. In het geval $n=6$ bijvoorbeeld, zijn de enigen rationale punten op de Fermat kromme $(0,\pm1)$ en $(\pm1,0)$. Zie hiervoor het plaatje waar de ene kromme het geval weergeeft van *even* n en de andere kromme het plaatje voor *oneven* n

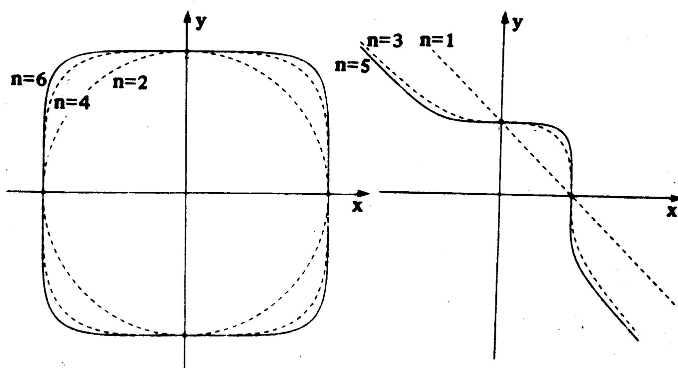


Fig 1 De kromme $x^n+y^n=1$ voor $n>2$ met in het linker plaatje n even en in het rechter plaatje n oneven.

Elliptische krommen

Elliptische krommen zijn algebraïsche krommen van graad 3. De wiskundigen Hellegouarch en Frey kwamen op het idee om de vergelijking $a^n + b^n = c^n$ in verband te brengen met de elliptische kromme met de vergelijking:

$$y^2 = x(x - a^n)(x + b^n).$$

Het vermoeden van Taniyama-Weil doet een uitspraak over elliptische krommen van een soort waar deze ook toe behoort. Als de vergelijking $a^n + b^n = c^n$ een oplossing in gehele getallen zou hebben, met $abc \neq 0$ dan zou dat tot een tegenspraak leiden. En daaruit volgt dan dat de vergelijking $a^n + b^n = c^n$ voor $n > 4$ geen niet triviale oplossingen heeft in gehele getallen.

Het geval $a^4 + b^4 = c^4$

We gaan nu voor het geval $n = 4$ bewijzen dat er geen oplossingen zijn. Dit gebeurt met een methode die Fermat zelf heeft gevonden en waar hij erg trots op was. Deze methode wordt de *methode van de voortdurende afdaling* genoemd. We nemen aan dat er oplossingen zijn voor de vergelijking $a^4 + b^4 = d^2$. Als er oplossingen zijn, dan is er een oplossing waarvoor de d minimaal is en waarvoor geldt dat $abd \neq 0$. (Neem in herrinnering dat $d \geq 0$) We bewijzen dat als we deze d gevonden hebben, dat er dan een $d' < d$is die ook aan de vergelijking voldoet. Als dit geval bewezen is, dan is FLT voor $n = 4$ bewezen, want iedere oplossing hiervoor is van de vorm $a^4 + b^4 = (c^2)^2$.

Stelling 4:
De vergelijking $a^4 + b^4 = d^2$ heeft geen oplossing in gehele getallen $a, b, d \in \mathbf{Z}_{>0}$.

Bewijs:
Stel dat er een oplossing in gehele getallen bestaat. We mogen aannemen dat a, b, d positief en relatief priem zijn. Bij deze oplossingen, is er een oplossing waarvoor d minimaal is. Dan geldt dat deze oplossing van de volgende vorm is:

$$a^2 = r^2 - s^2, \quad b^2 = 2rs, \quad d = r^2 + s^2$$

waar a, d oneven en b even, het is immers een primitief pythagoreïsch drietal (a^2, b^2, d). De eerste van deze vergelijkingen geeft:
$a^2 + s^2 = r^2$ met a en s relatief priem. Dus volgens stelling 2 geldt:

$$a = v^2 - w^2, \quad s = 2vw, \quad r = v^2 + w^2$$

Terugsubstitueren levert:
$b^2 = 2rs = 2.2vw(v^2 + w^2)$, dus b is even, zeg $2k$, en $k^2 = vw(v^2 + w^2)$.
Omdat v, w en $v^2 + w^2$ paarsgewijs relatief priem zijn hebben we kunnen we zeggen dat ze allemaal kwadraten zijn, omdat hun product een kwadraat is. Daaruit volgt:

$$v = x^2, \quad w = y^2, \quad v^2 + w^2 = z^2.$$

Daarmee hebben we:

$$x^4 + y^4 = z^2.$$

Dit is een vergelijking van de vorm waarvan we hadden aangenomen dat we de minimale oplossing hadden, echter:
$z \leq v^2 + w^2 = r \leq d$.
Daarmee hebben we een tegenspraak afgeleid en de conclusie is dat er geen positieve gehele getallen $a, b, d \in \mathbf{Z}_{>0}$ bestaan met $a^4 + b^4 = d^2$.

Uit bovenstaande stelling volgt onmiddelijk dat de laatste stelling van Fermat voor $n = 4$ waar is.

Een vermoeden dat FLT impliceert

In deze paragraaf wordt een vermoeden geformuleerd dat men tot op heden nog niet bewezen heeft. Lukt het je om dit vermoeden te bewijzen, dan heb je ook FLT bewezen.

Vermoeden (A,B,C,α)
Zij $\alpha \in \mathbf{R}$ vast gekozen, (bijvoorbeeld $\alpha = 2$) laat $A, B, C \in \mathbf{Z}_{>0}$, met $ggd(A, B) = 1$, dan heeft de vergelijking $A + B = C$ geen oplossinsen met $C < N(ABC)^\alpha$.

Waarbij $N(ABC) = \prod_{p|ABC} p$ het product is van alle priemfactoren van ABC, allen één keer meevermenigvuldigd. Er is geen kwadraat dat $N(ABC)$ deelt.

Dit vermoeden, dat het (A, B, C, α) vermoeden genoemd wordt, gaat over de vraag of er zo een α bestaat en als er een α bestaat die aan het vermoeden voldoet, wat is dan de kleinste α die voldoet.

De grote verrassing is dat dit vermoeden FLT impliceert voor $n > 3\alpha$. Dit is elementair te bewijzen.

Stelling 5:
Zij $\alpha \in \mathbf{R}$, en $n \geq 3\alpha$, dan geldt het volgende:

$$(A, B, C, \alpha) \Rightarrow FLT \quad voor \quad n$$

Bewijs:
Neem aan dat (A, B, C, α) geldt voor een zekere $\alpha \in \mathbf{R}$, en laat $a, b, c \in \mathbf{Z}$
Stel $a^n + b^n = c^n$ neem voor $A = a^n$, $B = b^n$ en $C = c^n$ Dan geldt dat $N(ABC) = N(abc)$ en $N(abc) \leq abc < c^3$.
Volgens het vermoeden geldt $C < (N(ABC))^\alpha$. Maar:

$$C = c^n < (N(ABC))^\alpha = (N(abc))^\alpha < c^{3\alpha}.$$

Daaruit volgt dat $c^n < c^{3\alpha}$, maar de aanname was dat $n > 3\alpha$. Dit is een tegenspraak omdat $c \in \mathbf{Z}_{>0}$, dus er zijn geen $a, b, c \in \mathbf{Z}_{>0}$ met $a^n + b^n = c^n$.

Als het vermoeden nu waar is voor $\alpha = 2$ dan is FLT bewezen voor $n > 6$. Voor de $n \leq 6$ was FLT al lang bewezen, dus daaruit volgt dat de laatste stelling van

Fermat echt bewezen is, nu het (A, B, C, α) vermoeden nog...

Het vermoeden van Catalan

Voor de mensen die beroemd willen worden volgt hier nog een vermoeden dat niet bewezen is. Probeer geen tegenvoorbeeld te vinden, dat lukt je toch niet.

Vermoeden (Catalan): Laat $a, b \in \mathbf{Z}_{\geq 2}$ en $x, y \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$, dan

$$x^a + 1 = y^b \qquad \Rightarrow x = 2, \quad a = 3, \quad y = 3 \quad en \quad b = 2$$

Het komt er dus op neer dat $2^3 + 1 = 3^2$ de enige oplossing is voor deze vergelijking. Je ziet dat met het bewijs voor de laatste stelling van Fermat de wiskunde nog lang niet af is. Er blijven altijd vermoedens en gedachten die uitgewerkt en bewezen moeten worden. De pogingen om dat te doen leveren bijna altijd weer nieuwe vragen op en steeds weer komen er problemen om de hoek waar men nog niet bij stil had gestaan.

Frank Evers

Fermatdag

Op 6 november wordt in Utrecht de Fermatdag gehouden. Heel deze dag zal in het teken staan van de recente ontwikkelingen wat betreft de laatste stelling van Fermat. De deelname is gratis. Als je wilt komen, vul dan de onderstaande bon in en stuur hem op naar: "Fermat-dag" vakgroep wiskunde Universiteit Utrecht Postbus 80.010 3508 TA Utrecht. Het programma is als volgt:

9.45 Aanmelding en koffie

10.30 Opening

10.40 Dr. P. Stevenhage: "Fermat's laatste stelling en de ontwikkeling van de getaltheorie"

11.30 Prof. Dr. R. Tijdeman: "Afschattingen en het ABC vermoeden"

12.15 Prof. dr. D. Zagier: "Elliptische krommen, iets over het bewijs"

13.00 Lunch

Programma A (algemene variant)

14.00 Workshops

15.00 theepauze

15.30 workshops

Programma B (gevorderde variant)

14.00 Prof. Dr. F. Oort: "Elliptische krommen, van Taniyama-Weil naar fermat"

15.00 Theepauze

15.30 Dr. J. Top: "Hoe bewijst Wiles het Taniyama-Weil vermoeden?"

16.30 Sluiting

BON

Mijn ingangsniveau is:

- ☐ 5/6 VWO wiskunde
- ☐ Student wiskunde
- ☐ Doctoraal wiskunde

Ik maak gebruik van de lunch à *f* 15,- per persoon (betaling op de dag zelf).

- ☐ Ja
- ☐ Nee

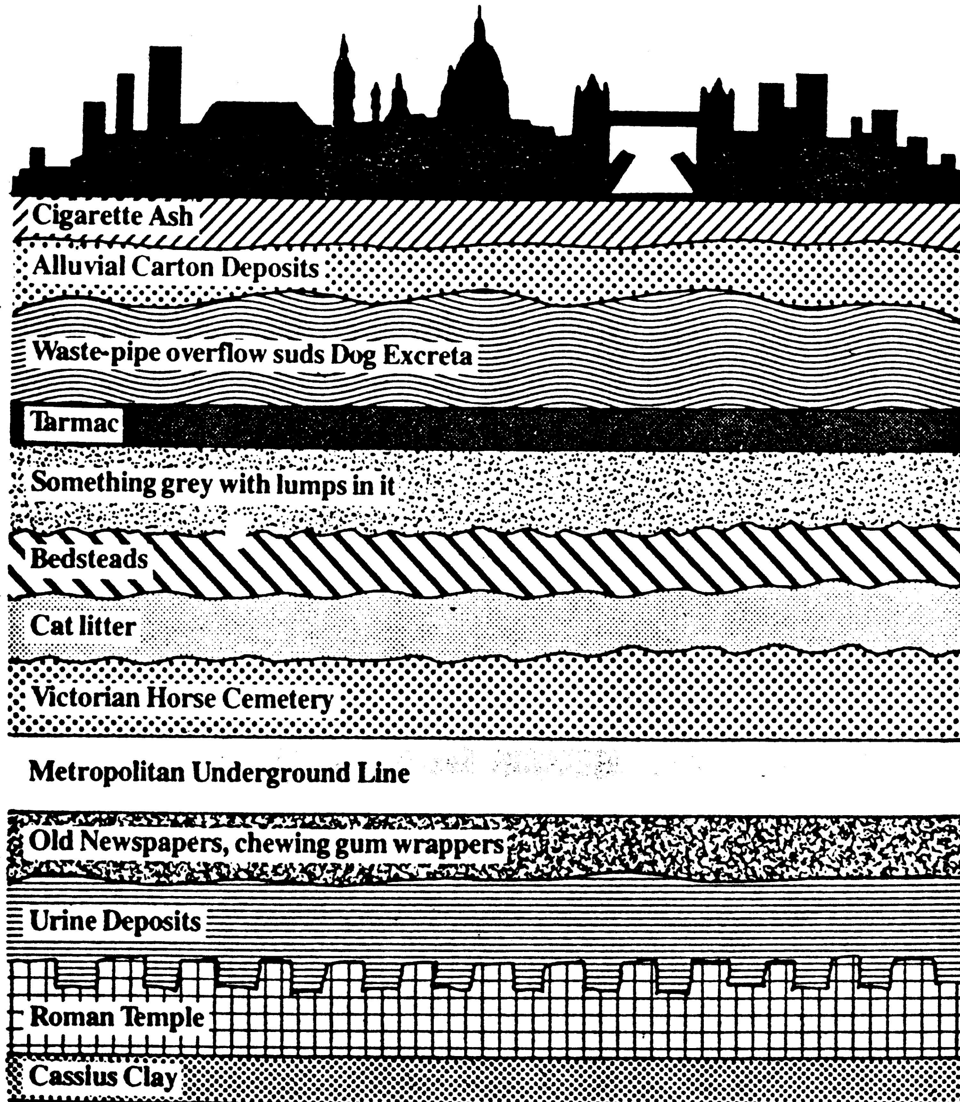
Aankruisen wat van toepassing is.

Naam:

Adres:

Postcode/Plaats

Geological Survey



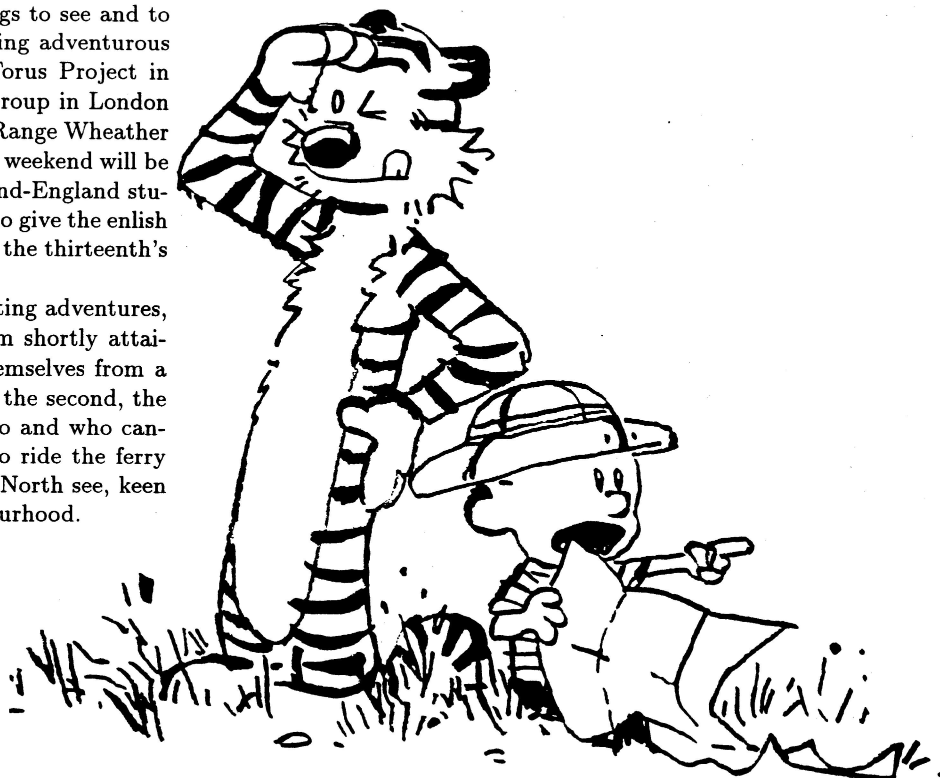
England, I presume?

Like so many years before, next year, A-Eskwadraat is organizing a study tour abroad once more. To surpass this year's perilous adventures in Japan, 1994's tour is supposed to explore the outrageously dangerous jungles of ... England. Yes indeed!

There will be lots of interesting things to see and to do. Participants will probably be visiting adventurous places such as: the Joint European Torus Project in Abingdon, the Numerical Algorithm Group in London and the European Centre For Medium Range Wheather Forecasts in Reading. Furthermore, the weekend will be spent in the city of London and a Holland-England student's football match will be organized to give the enlish a fair chance to make up for wednesday the thirteenth's pathetic performance.

To be able to enjoy all these exhilarating adventures, participants only have to fill out a form shortly attainable and to be willing to seperate themselves from a mere 400 dutch guilders. On december the second, the lots will be drawn to decide who can go and who cannot. So, if you have got the courage to ride the ferry across the deep and dark waters of the North see, keen an eye on the billboards in your neigbourhood.

Dr. Livingstone



INSCHRIJFFORMULIER

Naam:

Adres:

Woonplaats:

Postcode:

Telefoonnummer:

Geslacht:

Studierichting:

Jaar van aankomst:

Computeranimaties in Jurassic Park

Vorige maand ging Jurassic Park in Nederland in première. Ondanks het feit dat er geen twijfel over kan bestaan dat het verhaal van de film weinig voorsteld, en het boek absoluut beter is, valt er niet aan te ontkomen op te merken dat de computeranimaties baanbrekend zijn. En dat terwijl men niet aan deze film begonnen is met het idee sauriërs te gaan animeren...

Het begon allemaal als een idee onder sommige van de computer animatoren, die tot dan toe eigenlijk alleen maar bezig waren met het onderzoeken of ze digitale ondersteuning konden bieden bij de modelanimaties. Jurassic Park was *de* gelegenheid om de grens van het mogelijke te verleggen. Niemand had nog volledig door de computer gegenereerde wezens gebruikt, maar men was er van overtuigt dat het mogelijk was. Echter, in de filmwereld is dat niet voldoende. Er zijn anderen die overtuigt moeten worden dat computeranimaties de modellen zouden kunnen vervangen.

Dus begon er een 'clandestine' operatie van Steve Williams, animation supervisor voor Jurassic Park. Hij voerde met een scanner wat plaatjes van de tyrannosaurus rex in in ALIAS, het modelleringsprogramma dat gebruikt werd, en bouwde met behulp van deze beelden een skelet. Zelfs dit eerste model verhoogde reeds de interesse van anderen. Toen begon Williams met de animatie van het model, wat nog enige problemen met zich mee bracht, want qua vorm en gewicht is de T-rex niet vergelijkbaar met enig levend wezen. Uit de bewegende beelden bleek al snel dat het minstens mogelijk moest zijn om de lange-afstands shots met de computer te maken. De produktiemaatschappij was overtuigt, en ILM[1] kreeg het groene licht om een volledig model van de T-rex te maken.

Modelleren

Voor consistentie met de modellen die al gemaakt waren voor de film werd gebruik gemaakt van van één van deze modellen. Het model werd ingescand met behulp van een Cyberware 3D-scanner. Omdat het model te groot was voor de scanner (ca. 1 meter 80), werd het in afzonderlijke delen ingevoerd, op de hoogst mogelijke resolutie (tienduizenden punten per object). Omdat het model echter geanimeerd moest worden, kon deze resolutie niet gehandhaaft blijven (rekentijd = geld). Na het invoeren werd er dan ook zorgvuldig gekeken waar punten wegkonden, en waar er punten bij moesten (bijvoorbeeld in het gezicht).

Vervolgens werd er een inwendig skelet gemaakt voor de sauriër. Op zich was dit proces niet het moeilijkste, maar moest wel zorgvuldig gebeuren. Je zou een wervelkolom aan kunnen maken met draaibare punten op de juiste plaatsen, maar dat is niet wenselijk. Ten eerste is het overbodig, en ten tweede verhoogt ook dit de rekentijd. Er moest zorgvuldig worden gekeken waar animatie mogelijk moest zijn, en waar het niet nodig was.

Bij het combineren van alle losse objecten, zoals ze waren ingelezen door de scanner, werd veelvuldig gebruik gemaakt van een programma dat orgineel ontworpen was voor *Terminator 2*, SOCK, dat het mogelijk maakt vloeiend de individuele netwerken van punten ('patch meshes') van de diverse onderdelen aan elkaar te maken. SOCK doet echter ook niet meer dan dat. Het geeft je een vloeiende huid, maar maakt deze huid niet dynamisch. Het simuleert niet de contractie en expansie van spieren tijdens bewegingen. Bij *Terminator 2* werden al dit soort dingen met de hand in de animatie aangebracht.

Dit keer werd echter een andere weg ingeslagen. Men ontwikkelde namelijk het programma ENVELOPING voor het genereren van dynamische beweging in de patch meshes. Dit programma stond toe om punten in de patch meshes te bewegen in relatie tot bepaalde dingen. Zo kon men bijvoorbeeld instellen dat 'wanneer de knie een hoek van 0 graden maakt, dan worden de punten in het dijbeen plat uitgerekt, en als de hoek toeneemt, dan worden de punten naar buiten gedrukt'. Op deze manier kon men de 'buitenkant' laten reageren op de 'binnenkant', en zo de juiste reactie van spieren simuleren. Ademhaling werd bijvoorbeeld gesimuleerd door de beweging van een simpel voorwerp—bijvoorbeeld een bol—te relateren aan een verzameling punten. Zo werd een bol in de ribbenkast gezet, en de grootte van de bol bepaalde de ademhalingsfrequentie. Als men nu bovendien wou dat de huid ietwat meetrilde met lopen, dan bewoog men gewoon de bol een beetje heen en weer op het moment dat de poot wordt neergezet. Het was een natuurlijk idee, maar de ontwikkeling duurde 6 maanden.

Beweging

Toen het model af was werd begonnen met het animeren. Hiervoor werd gebruik gemaakt van het programma SOFTIMAGE. Dit programma stelt je in staat om gegevens over een skelet in te voeren, en vervolgens dit skelet te animeren door bijvoorbeeld een deel van het skelet te bewegen, waarbij alles wat er aan vast zit op een natuurlijke wijze meebeweegt.

Deze eerste animatie van de tyrannosaurus rex was het moment waarop besloten werd om een groot deel van sauriërs met de computer te genereren, en geen modellen te gebruiken.

Toen bleek echter dat er niet genoeg kennis en mankracht aanwezig was om ook werkelijk al de aangewezen shots te animeren. Dus werd besloten om te proberen de kennis en het talent van de modelanimatoren te gebruiken. Hiervoor werden zogenaamde Dinosaur Input Devices (DID's) gemaakt. Dit bestond uit een skelet van de sauriër met sensoren op alle bewegende delen,

[1] Industrial Light & Magic

dat in verbinding stond met de computer. De animatoren die gewend waren om stop-motion[2] te animeren konden nu hun kennis gebruiken, en deze kennis werd direkt ingevoerd in de computer. Er was bovendien het extra voordeel dat de animatoren direkt konden zien hoe het model ten opzichte van de achtergrond stond. Wat handig bleek was om eerst een 'test versie' van de animatie te maken. Wanneer bijvoorbeeld een reeks van 100 frames nodig was (iets meer dan 4 seconden), werd elk tiende of vijftiende frame gemaakt, en liet men de computer de tussenliggende frames berekenen ('key framing'). Wanneer het resultaat naar genoegen was, kon men de animatie gedetaileerder maken ('om te voorkomen dat de animatie te voorspelbaar zou worden').

Ondertussen werd er ook hard gewerkt aan andere kanten van de door de computer gegenereerde sauriërs. Zo moest ervoor worden gezorgd dat dingen als kleuren consistent bleven met de film, en men makkelijk van de film naar de computer kon en weer terug.

Nogsteeds was er geen duidelijk beeld van hoeveel er met de computer gedaan moest worden. Er was nogsteeds sprake van dat de computer alleen maar zou worden gebruikt wanneer zou blijken dat modelanimatie tekort schoot. Mede hierdoor bleef er veel contact tussen de modelmakers en de computer animatoren. Niet alleen werden dezelfde modellen gebruikt (zoals boven vermeld), maar ook de kleurreferenties en bumpmaps[3] werden direkt van de echte modellen overgenomen. Verder werd ervoor gezorgd dat de bewegingen van de echte modellen en de computermodellen consistent waren. Synchronisatie met de eigenlijke film werd vergemakkelijkt doordat op de set vaak diverse dingen werden geïnstalleerd die 'reageerden' op de nog niet aanwezige sauriërs (zoals een auto die zichzelf omver gooit). De computer animatoren hoefden dan vervolgens alleen maar hun animaties af te stemmen op de dingen die gebeurden in de film.

Het oog wil ook wat

Toen zette men zich aan het volgende probleem: hoe laat ik de huid van de sauriër er goed genoeg uitzien om lange shots (tot bijna 20 seconden) mogelijk te maken. Hoe reflecteerd licht op de huid? En op de onregelmatigheden in de huid? Algemeen: hoe maak ik het zodat het niet net rubber is. Het genereren van vloeibaar metaal, zoals dat gebeurd is voor *Terminator 2*, was makkelijk. Maar beesten zijn saai, ze zijn niet vreselijk glimmend en hebben geen felle kleuren. Er is dus een totaal andere 'look' nodig dan je normaal ziet in computeranimaties. Uiteindelijk werd het gewenste effect bereikt met diverse lagen texture mapping[4]. Eén voor de basiskleur van de huid, één voor de bobbels en onregelmatigheden in de huid, en diverse andere voor smerigheid, water en subtiele dingen die de huid echter maken.

Om de texture maps beter te kunnen aanmaken werd een speciaal programma geschreven, VIEWPAINT. Normaal worden texture maps gewoon 'plat' getekend, waardoor er vervormingen optreden als de map op het voorwerp wordt geplakt. VIEWPAINT staat toe om de texturemap direkt op het voorwerp zelf te tekenen. Overigens werden vooral de kleuren texture maps veelal direkt van de echte modellen overgeschilderd, met de hand, en van daaruit ingevoerd in de computer. Dit vanwege consistentie, maar ook vanwege het gemak hiervan voor de schilders.

Om vooral de close-ups van de sauriërs beter er uit te laten zien werd bovendien gebruik gemaakt van zogenaamde mathematische textures. Dit zijn textures die gegenereerd worden uit formules (vaak fractals). Het voordeel van deze textures is dat er geen limiet is aan de resolutie. Je kunt met de 'camera' zo dichtbij komen als je wilt, terwijl bij conventionele textures de grens bepaald wordt door de resolutie van het materiaal dat gebruikt wordt als texture map. Met name aan het einde van de film is deze techniek toegepast.

De laatste stap in het proces was het uitrekenen van de uiteindelijke beelden met RENDERMAN, de bijzonder veel gebruikte en uitgebreide raytracer van P·I·X·A·R, waarna de beelden werden gecombineerd met een ingescande achtergrond. Vervolgens werd het resultaat bijgewerkt met PARALLAX, wat voornamelijk inhield dat schaduwcorrecties konden worden aangebracht of dat 'vergeten' kabels en schijnwerpers uit het beeld verwijderd konden worden.

Een voorbeeld van de gebruikte techniek is te vinden in het eerste shot met de brachiosaurus, en een kleine parasaurolophus kudde bij een meer. Het meer is een photo van een meer in Marin County. Men had echter stromend, en glinsterend, water nodig, dus werden er opnamen gemaakt van een ander meer, en werd dit water erin gezet. Vervolgens werden de door de computer gegenereerde sauriërs en wat vogels toegevoegd, en, op de voorgrond, werden stand-ins voor de hoofdpersonen (gefilmd tegen een speciale achtergrond in de studio's van ILM) toegevoegd. Om de illusie te wekken dat men over een vlakte uitkeek, werden ook nog golven toegevoegt om warmte te suggereren.

Extra computerwerk

Tijdens de produktie zijn er nog een aantal andere dingen toegevoegd aan de geanimeerde sauriërs. Zo werd een vroeger project van de plank gehaald om neervallende regendruppels te creëren in RENDERMAN. Men had er geen problemen mee gehad om een gewone 'wet look' te nemen, maar echte regen verhoogde de echtheid nog net iets meer. Voorts is op twee plaatsen in de film besloten om de auto, die wordt aangevallen door de T-rex, te vervangen door een computer versie. In

[2] beeld voor beeld animeren

[3] die worden gebruikt om hoogteverschillen in een anders vlak oppervlak op eenvoudige wijze te genereren, zonder elke bobbel direkt in te voeren in het model

[4] een texture map wordt als het ware om het voorwerp gevouwen en modelleerd een bepaalde eigenschap, zoals bijvoorbeeld kleur of reflectie

één scene is het enige 'echte' dan ook het beeld van de kinderen in de auto, dat toegevoegd is aan de animatie. Een ander voorbeeld van een idee dat tijdens de produktie tot stand kwam is de aanval van de T-rex op de vertegenwoordiger van de geldschieters, die zijn toevlucht gezocht heeft in een toilethuisje. Het orginele idee was om, voor de beweging van de man, een stuntman te gebruiken die aan een kabel omhoog getrokken werd. Er zouden dan twee shots zijn, waarbij in het tweede de man vervangen zou worden door een computeranimatie (op het moment dat de man in de bek van de T-rex zit). Dit bleek echter niet goed te gaan, en men heeft toen besloten om de man helemaal maar te vervangen door een animatie, en het hele gebeuren in één shot te laten zien.

Een beslissing die heel laat in de produktie genomen is is het einde van de film. Volgens het script zou één van de velociraptors met een raket gedood worden, terwijl de andere met een kraan in de kaken van het skelet gegooid zou worden, dat in de ontvangsthal staat. Tijdens het draaien van deze scene besloot Spielberg om de T-rex terug te laten keren, en een gevecht te laten uitvoeren met de velociraptors. De computeranimatoren waren blij met deze beslissing, want dit laatste gevecht vormt nu een soort climax van het animatiewerk, een laatste mogelijkheid om alles uit de kast te halen. En bovendien laat het ook de deur naar Jurassic Park II verdacht open staan...

Louis

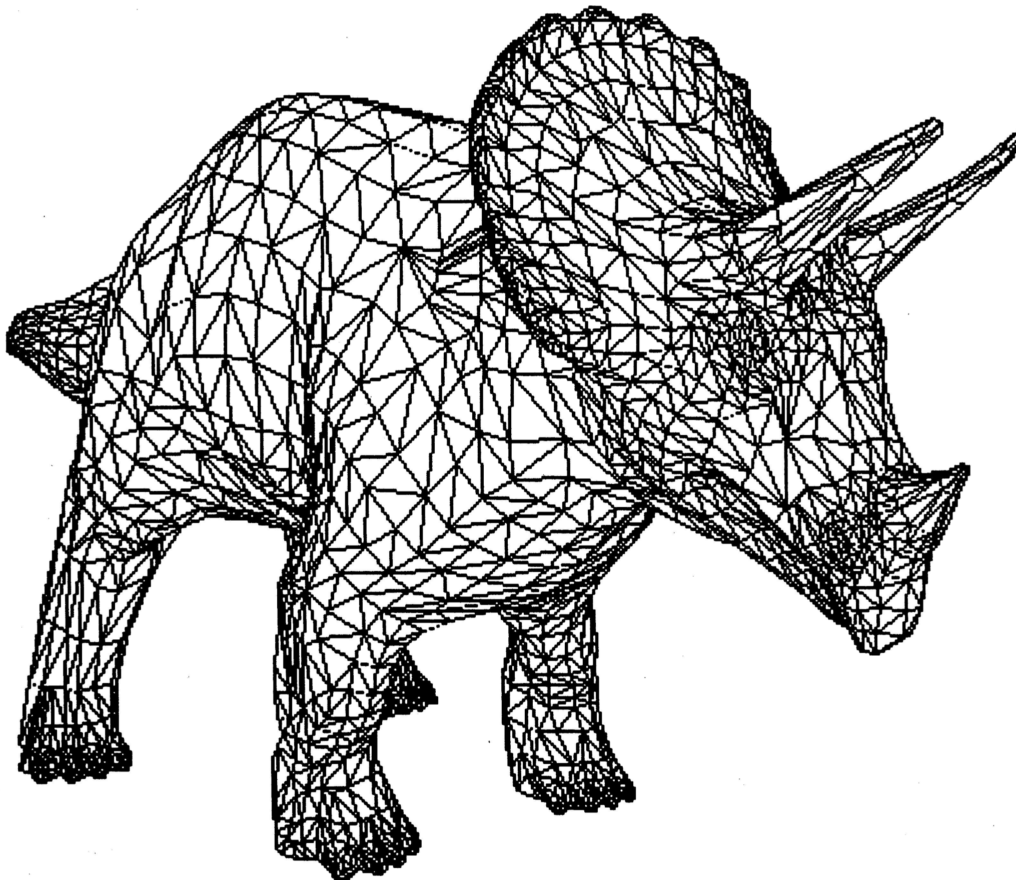
Post Scriptum

Over Jurassic Park valt meer te vertellen dan de computeranimaties. Er is ook erg veel werk besteed aan de modellen, en er zitten tevens een aantal filmtechnische grappen in. Ook over de gebruikte soft- en hardware, met name over de Cyberware 3D-scanner (Cyberware levert mooie folders en demo-software) en over RenderMan, valt veel te vertellen. Wie weet een volgende keer. Wie de film nog niet gezien heeft en niet geïnteresseerd is in de animaties raad ik aan niet heen te gaan. Het boek is beter.

Referenties

Cinefex 55, Augustus 1993.
De film zelf (waarom is 'ie geen widescreen???).
Mijn huisgenoot Viktor, student computeranimatie.

Sauriër-plaatje is een Wavefront Viewpoint object.



Trillingen in Bilthoven

In het kader van het projekt "Hoe doe ik zo min mogelijk D-practicumproeven in die duffe practicumzaal" hebben wij, met succes, een onderzoek voor de wetenschapswinkel gedaan. Het is ons erg goed bevallen en we kunnen het een ieder aanraden.

We hadden ons in het begin van het studiejaar ingeschreven bij Margit als potentieel geïnteresseerde practicummers, en eind november was het zover. Het was een benauwde dinsdagmiddag, zo'n middag waarop al je metingen mislukken en het netwerk steeds plat gaat. Het was al laat in de middag en net toen we het bijltje erbij neer wilden gooien om de bus naar de grote stad te pakken werden we aangesproken door een ons onbekende jongeman. Hij stelde zich voor als Olaf en bracht ons op de hoogte van het feit dat we ons ingeschreven hadden om een proef voor de wetenschapswinkel te doen. Dit wisten wij natuurlijk allang, maar we begrepen wat hij bedoelde en maakten een afspraak voor later die week.

De opdracht leek simpel. De klant had gevraagd of de wetenschapswinkel een onderzoek wilde doen naar de trillingsoverlast van treinverkeer in het centrum van Bilthoven. Dat wilde men wel en dus werd ons het zelfde verzoek gedaan.

Peter, onze begeleider, was een geschikte vent. We hoefden van hem niet meteen de volgende dag met de, voor ons onbekende, apparatuur op pad. Nee, we mochten er eerst een middagje mee spelen. Hij legde ons uit hoe de trillingsmeters werkten en hoe we geacht werden de metingen te doen. We begrepen alles meteen en waar zijn uitleg tekort schoot bracht het diktaatje "Handleiding Trillingen" duidelijkheid.

Toen kwam het moeilijkste moment: we moesten kontakt opnemen met de klant. Ik verloor het strootje trekken, en terwijl Pieter, mijn compagnon, handenwrijvend op de gezondheidsstoel van Margit plaats nam, greep ik met bezwete handen de telefoon. Het gesprek was kort en de boodschap was duidelijk: de klant wilde dat we 's nachts kwamen meten, volgens hem hadden ze dan namelijk de meeste overlast. Mijn brein kwam op met de meest briljante verzinsels om de man te overtuigen dat het echt beter was om overdag te meten, maar hij hield voet bij stuk. Het moest 's nachts worden.

We waren kapot, dit hadden we niet verwacht. Margit gaf ons allebei een kop warme thee en troostte ons. Toen we weer een beetje waren bijgekomen biechtte ze ons op dat ze al had geweten dat de klant nachtmetingen verwachtte, maar dat ze het niet aangedurfd had om het ons meteen te vertellen. Er viel een stilte en na tien minuten vroeg ik of Margit ons even alleen wilde laten. Ik legde Pieter de voordelen van het 's nachts meten voor. Je maakt in een nacht namelijk een enorme zwik meeturen vol, met als gevolg dat je uiteindelijk misschien wel practicummiddagen overhoudt. Dit waren magische woorden voor Pieter, hij fleurde helemaal op. We riepen Margit terug de kamer in en vertelden haar dat we de uitdaging aannamen. Gedrieën maakten we een rondtedansje, zo blij waren we.

De meetnacht zou lang en zwaar worden. De mensen bij wie we te gast waren hadden dit gelukkig ook voorzien en waren zo vriendelijk geweest een breed scala aan lekkernijen voor ons in huis te halen. Het werd een dolle boel, ongeveer eens in het half uur kwam er een trein langs en de vrije tijd die we hadden besteedden we aan het maken van hoorspelen op het bandje met meetgegevens en het filosoferen over oninteressante onderwerpen die op zo'n moment erg belangrijk lijken. De volgende morgen werden we door ons gastheer, op tijd voor het eerste college, bij Trans 1 afgezet.

Nu kwam het leukste gedeelte van de proef: het uitwerken van de meetresultaten. We gebruikten hiervoor een programma dat draaide op de enige XT die onze faculteit heeft. Het programma was zo gebouwd dat het niet op andere typen computers kon draaien. Toen na ongeveer een middag werken de enige XT die in nederland nog serieus gebruikt werd kapot ging, waren we niet verbaasd. We hadden allebei van de wet van Murphy gehoord en beseften dat we erom gevraagd hadden.

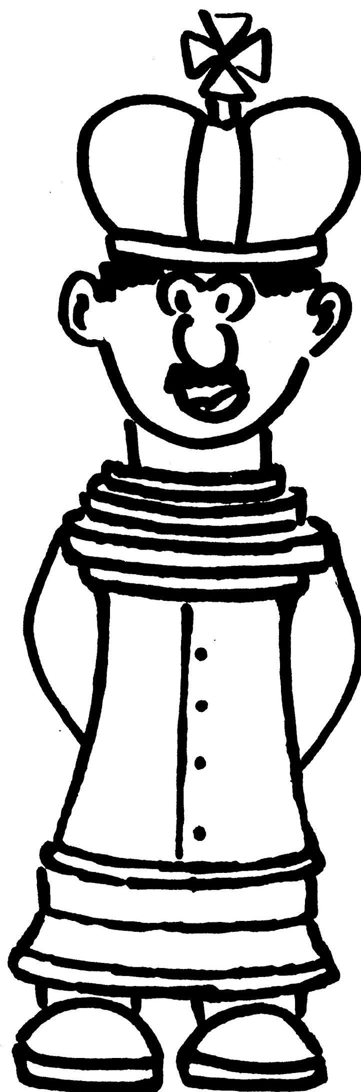
Omdat onze computer zo onvervangbaar was kostte deze grap ons twee weken. Daar ging de tijdswinst die we gemaakt hadden door 's nachts te meten. We moesten verder en besloten er flink de vaart in te zetten. Gelukkig was de werksfeer erg goed.

Hierna was het alleen nog een kwestie van verslagje maken en klaar. Het had toch niet zo overdreven lang geduurd, bedachten we ons, het viel best mee. Ook de resultaten waren fijn, lekker veel normoverschreidingen, dat bouwt aan je zelfvertrouwen als onderzoeker. Maar het idee dat je verslag door iemand gebruikt wordt is het fijnst. Je onderzoek verdwijnt niet ergens in een la, maar is van nut voor de maatschappij. En dat al in je tweede jaar.

Raymond Elferink

CHESS

It's good to be the king



SportCie A-Eskwadraat

17 november

Inschrijfformulier Schaaktoernooi

Naam:
Telefoon:
Betaald (*f* 2.50):



Filmprogramma najaar 1993

Witte Zaal Transitorium I

vr	12-11	13.00	The Hunt For The Red October *John McTiernan*
vr	19-11	13.00	In The Soup *Alexandre Rockwell*
vr	26-11	13.00	Un Chien Andalou/l'Age d'Or *Luis Buñuel*
do	2-12	**12.00**	Nazarin *Luis Buñuel*
vr	3-12	13.00	Le Charme Discret de la Bourgeoisie *Luis Buñuel*
vr	10-12	13.00	Bratan *Bachtijar Choedojnasarov*
vr	17-12	13.00	The Piano *Jane Campion*

Blauwe Zaal Transitorium I

do	4-11	12.00	Das Boot *Wolfgang Petersen*
do	11-11	12.00	Dead Calm *Philip Noyce*
do	18-11	12.00	Cliffhanger *Renny Harlin*
do	25-11	12.00	Last Action Hero *John McTiernan*
do	9-12	12.00	Easy Rider *Dennis Hopper*
do	16-12	12.00	Paris Texas *Wim Wenders*

Tweedehands boeken- en platenmarkt

Woensdag 10 november is er van 10.30 tot 18.00 uur een tweedehands boeken- en platenmarkt in de hal van Trans I. Verkoop van tweedehands literaire boeken, atlassen, kaarten, Poë-T-shirts, literatuur- en kunsttijdschriften, bladmuziek en andere bibliofiele bijzonderheden; LP's, singles, import, collectors items, picturediscs etc. (géén strips en géén compact discs!). Verschillende 'reizende' tweedehands boek- en plaatverkopers van binnen en buiten Utrecht zullen zich presenteren. De entree is vrij.

Oók is het mogelijk zelf boeken en platen te verkopen. Dit is een unieke kans een uitpuilende boekenkast te 'herorganiseren' en je LP's kwijt te raken! Ben je in het bezit van overtollige boeken of platen, stuur dan onderstaande bon in of kom langs bij De Uitwijk.

Stuur de bon naar: S.C.C. De Uitwijk, Leuvenlaan 21, Transitorium I, De Uithof, 3584 CE Utrecht, tel.: 030-533402.

naam: ....
adres: ....
postcode: ....
woonplaats: ....
telefoon: ....